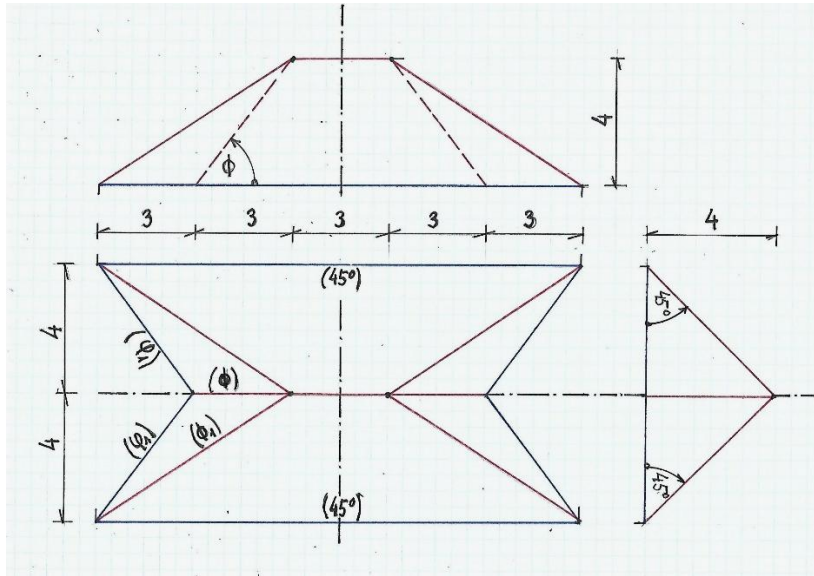


Egy fura fedélidomról

1. Feladat

Adott az alábbi kétszeresen szimmetrikus, kissé szokatlan fedélidom – 1. ábra.

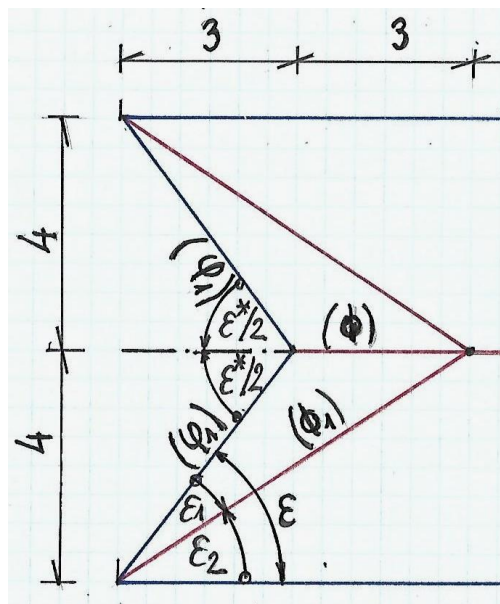


1. ábra

Határozzuk meg a φ_1 tetőhajlást, valamint a ϕ vápa és a ϕ_1 élgerinc hajlását!

Megoldás

Ehhez tekintsük a 2. ábrát! Itt a fedélidom - közepelési szögeket tüntettük fel.



2. ábra

Innen:

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon^*}{2} = \frac{4}{3} \rightarrow \underline{\underline{\frac{\varepsilon^*}{2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ}} . \quad (1)$$

Majd

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon^*}{2} \quad (2)$$

miatt, a sokszor alkalmazott képlettel:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon + \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}} = \frac{\sin \frac{\varepsilon^*}{2}}{\cos \frac{\varepsilon^*}{2} + \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}} ; \quad (3)$$

a (3) összefüggés alkalmazásához szükséges további adatok:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow \underline{\underline{\varepsilon_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{2}{3}\right) = 33,69^\circ}} ; \quad (4)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_1 = \varepsilon - \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon^*}{2} - \varepsilon_2 = 53,13^\circ - 33,69^\circ = 19,44^\circ}} . \quad (5)$$

Most (3), (4) és (5) - tel:

$$\operatorname{tg} 19,44^\circ = \frac{\sin 53,13^\circ}{\cos 53,13^\circ + \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} 45^\circ}} \rightarrow \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin 53,13^\circ}{\operatorname{tg} 19,44^\circ} - \cos 53,13^\circ = 1,666667 = \frac{5}{3} \rightarrow$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{5}{3}\right) = 59,04^\circ , \text{ tehát a keresett tetőhajlás:}$$

$$\underline{\underline{\varphi_1 = 59,04^\circ}} . \quad (6)$$

A vápa hajlása:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{4}{3} \rightarrow \phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ , \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\phi = 53,13^\circ}} . \quad (7)$$

Majd az élgerinc hajlása, egy ismert képlettel:

$$\operatorname{tg} \phi_1 = \sin \varepsilon_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 \rightarrow \phi_1 = \operatorname{arctg}(\sin \varepsilon_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1) = \operatorname{arctg}(\sin 19,44^\circ \cdot \operatorname{tg} 59,04^\circ) =$$

$$= 29,02^\circ , \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\phi_1 = 29,02^\circ}} . \quad (8)$$

Ellenőrzés:

$$\operatorname{tg} \phi_1 = \sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 \rightarrow \underline{\underline{\phi_1}} = \operatorname{arctg}(\sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2) =$$

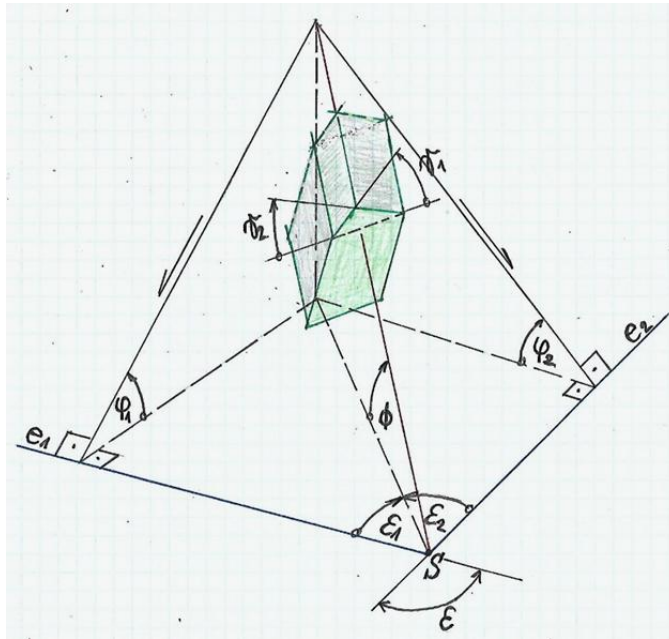
$$= \operatorname{arctg}(\sin 33,69^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ) = \underline{\underline{29,02^\circ}} .$$

2. Feladat

Határozzuk meg az 1. feladatbeli tetőre a tetősíkok lapszögeit, illetve a szükséges megfagási szögeket!

Megoldás

Ehhez kölcsönvesszük *) előző dolgozatunk ábráját – 3. ábra.



3. ábra

Adatok:

$$\varphi_1 = 59,04^\circ ; \varphi_2 = 45^\circ ; \varepsilon_1 = 19,44^\circ ; \varepsilon_2 = 33,69^\circ ; \varepsilon = \frac{\varepsilon^*}{2} = 53,13^\circ . \quad (A)$$

Az élgerinc adatai és eredményei

Az előző dolgozat képleteivel és (A) - val:

$$\sin \gamma_1 = \sin \varphi_1 \cdot \cos \varepsilon_1 = \sin 59,04^\circ \cdot \cos 19,44^\circ = 0,80864 \rightarrow$$

$$\gamma_1 = \arcsin(0,80864) = 53,96^\circ ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\gamma_1 = 53,96^\circ .}}$$

(a)

$$\sin \gamma_2 = \sin \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon_2 = \sin 45^\circ \cdot \cos 33,69^\circ = 0,58835 \rightarrow$$

$$\gamma_2 = \arcsin(0,58835) = 36,04^\circ ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\gamma_2 = 36,04^\circ}} . \quad (b)$$

Az élgerincben metsződő tetősíkok lapszöge:

$$\sigma_{\text{él}} = 180^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2) = 180^\circ - (53,96^\circ + 36,04^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{él}} = 90^\circ}} . \quad (c)$$

A taréjgerinc adatai és eredményei

Az 1. ábráról:

$$\gamma_1 = 45^\circ , \gamma_2 = 45^\circ ,$$

$$\sigma_{\text{taréj}} = 180^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2) = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{taréj}} = 90^\circ}} . \quad (d)$$

A vágagerinc adatai és eredményei

Figyelve a 2. és a 3. ábrára is, az előző dolgozat képleteivel és (A) - val:

$$\sin \gamma_1 = \sin \varphi_1 \cdot \cos \varepsilon'_1 = \sin \varphi_1 \cdot \cos \frac{\varepsilon^*}{2} = \sin 59,04^\circ \cdot \cos 53,13^\circ = 0,514517 \rightarrow$$

$$\gamma_1 = \arcsin(0,514517) = 30,97^\circ ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\gamma_1 = 30,97^\circ}} . \quad (e)$$

Mivel itt:

$$\varphi_2 = \varphi_1 , \varepsilon'_2 = \varepsilon'_1 = \frac{\varepsilon^*}{2} \rightarrow \gamma_2 = \gamma_1 = \gamma \rightarrow$$

$$\sigma_{\text{vápa}} = 180^\circ - 2 \cdot \gamma = 180^\circ - 2 \cdot 30,97^\circ = 118,06^\circ ,$$

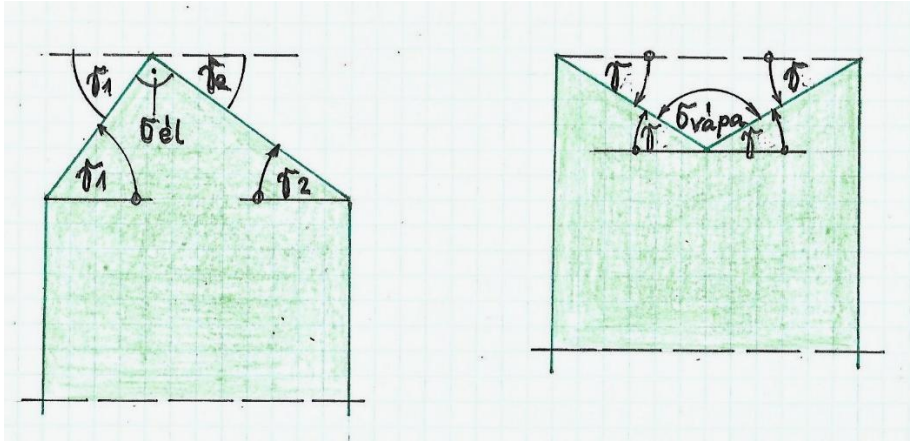
tehát:

$$\underline{\underline{\sigma_{\text{vápa}} = 118,06^\circ}} . \quad (f)$$

Az (a), (b), (c) és az (e), (f) eredményeket mutatja a 4. ábra.

.....

Megjegyzések:



4. ábra

M1. A számítások során felhasználtuk, hogy $\operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

M2. Ha a $\varphi_2 = 45^\circ$ - os szög nem lett volna megadva, akkor a feladat határozatlan maradt volna; ugyanis ekkor csak a $\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{5}{3}$ viszonyszámot tudtuk volna meghatározni.

M3. Ebben a feladatban a függőleges síkbeli ϕ szög, valamint a vízszintes síkbeli ε szög egyaránt $53,13^\circ$.

M4. Gyakorlásképpen határozzuk meg a tető felszínét!

$$A = 2 \cdot \left[\frac{15+3}{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ} + 2 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{\cos 59,04^\circ} \right] \text{ m}^2 = 148,476 \text{ m}^2 \approx 148,5 \text{ m}^2, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{A = 148,5 \text{ m}^2}}. \quad (9)$$

M5. Javasoljuk, hogy az érdeklődő Olvasó

~ készítsen a tetőről axonometrikus vázlatrajzot;

~ szerkesztéssel ellenőrizze le ϕ_1 értékét;

~ rajzolja rá a felülnézeti képre az esővíz lefolyásának irányát jelző nyilakat; továbbá határozza meg:

~ az élgerinc és a vágagerinc elméleti hosszát,

~ az élgerinc és a vágagerinc közbezárt szögét!

M6. Leellenőrizhetjük eredményeinket egy másik képlettel is. A **) korábbi írásunkból:

$$\cos \psi = -\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon. \quad (10)$$

Itt ψ a tetősíkok lapszöge, φ_1, φ_2 a metsződő tetők hajlása, ε az ereszvonalak közbezárt szöge.

Most alkalmazzuk a (10) képletet az élgerincre! Ekkor:

$$\cos \psi_{\acute{e}l} = -\cos 59,04^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 59,04^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \cos 53,13^\circ = 0,0000549319 \rightarrow$$

$$\underline{\psi_{\acute{e}l}} = \arccos(0,0000549319) = 89,99^\circ \approx \underline{90^\circ},$$

tehát:

$$\underline{\underline{\psi_{\acute{e}l} = \sigma_{\acute{e}l} = 90^\circ}}. \quad (g)$$

Ezután alkalmazzuk a (10) képletet a vápagerincre! Ekkor:

$$\cos \psi_{v\acute{a}pa} = -\cos^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos \left(2 \cdot \frac{\varepsilon^*}{2} \right) =$$

$$= -\cos^2(59,04^\circ) + \sin^2(59,04^\circ) \cdot \cos(2 \cdot 53,13^\circ) = -0,47054 \rightarrow$$

$$\psi_{v\acute{a}pa} = \arccos(-0,47054) = 118,07^\circ \approx 118,06^\circ = \sigma_{v\acute{a}pa},$$

tehát:

$$\underline{\underline{\psi_{v\acute{a}pa} = \sigma_{v\acute{a}pa} = 118,07^\circ}}. \quad (h)$$

Mindkét módon ugyanazokra az eredményekre jutottunk.

M7. A taréjszelement – tudomásunk szerint – nem szokták megfaragni. Azonban a taréj - gerincben metsződő tetősíkok lapszöge ugyanúgy számítható, mint többié:

$$\sigma = 180^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2).$$

Ajánlott olvasmány:

*) [Egy meglepetesrol.pdf](#)

**) [Egy tetogeometriai alapkeplet skalaris levezetese.pdf](#)

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2025. 03. 24.

Továbbiak: www.galgoczi.net